

# FUNKCJA HOMOGRAFICZNA

HARALD KAJZER ZST NR 2 im. Mariana Batko

# DEFINICJA

Funkcja homograficzna jest to funkcja w postaci:

$$F(x) = \frac{ax + b}{cx + d} \quad c \neq 0 \text{ i } x \neq -\frac{d}{c}$$

Np.

$$F(x) = \frac{x + 2}{x - 3} \quad F(x) = \frac{2x - 1}{\frac{1}{2}x + 1}$$

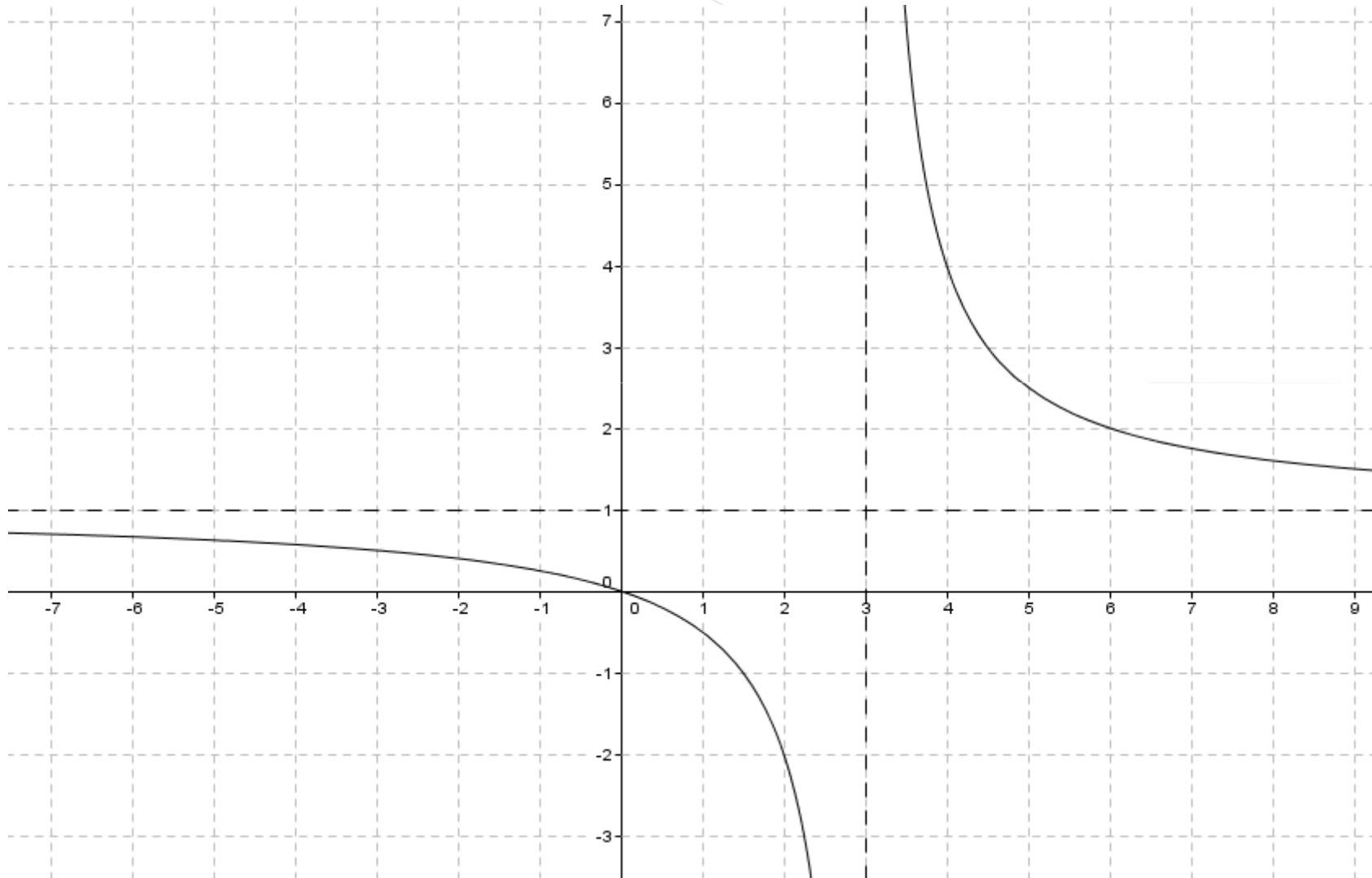
# FUNKCJA HOMOGRAFICZNA – przykłady (1)

Narysuj wykres funkcji:  $y = \frac{x}{x-3}$

$$y = \frac{x}{x-3} = \frac{(x-3)+3}{x-3} = \frac{x-3}{x-3} + \frac{3}{x-3} = \frac{3}{x-3} + 1$$

Hiperbola przesunięta o wektor  $[3, 1]$

# FUNKCJA HOMOGRAFICZNA – przykłady (1)



# FUNKCJA HOMOGRAFICZNA – przykłady (2)

Narysuj wykres funkcji oraz ustal jej dziedzinę i zbiór wartości.

$$y = \frac{2x + 3}{x + 1}$$

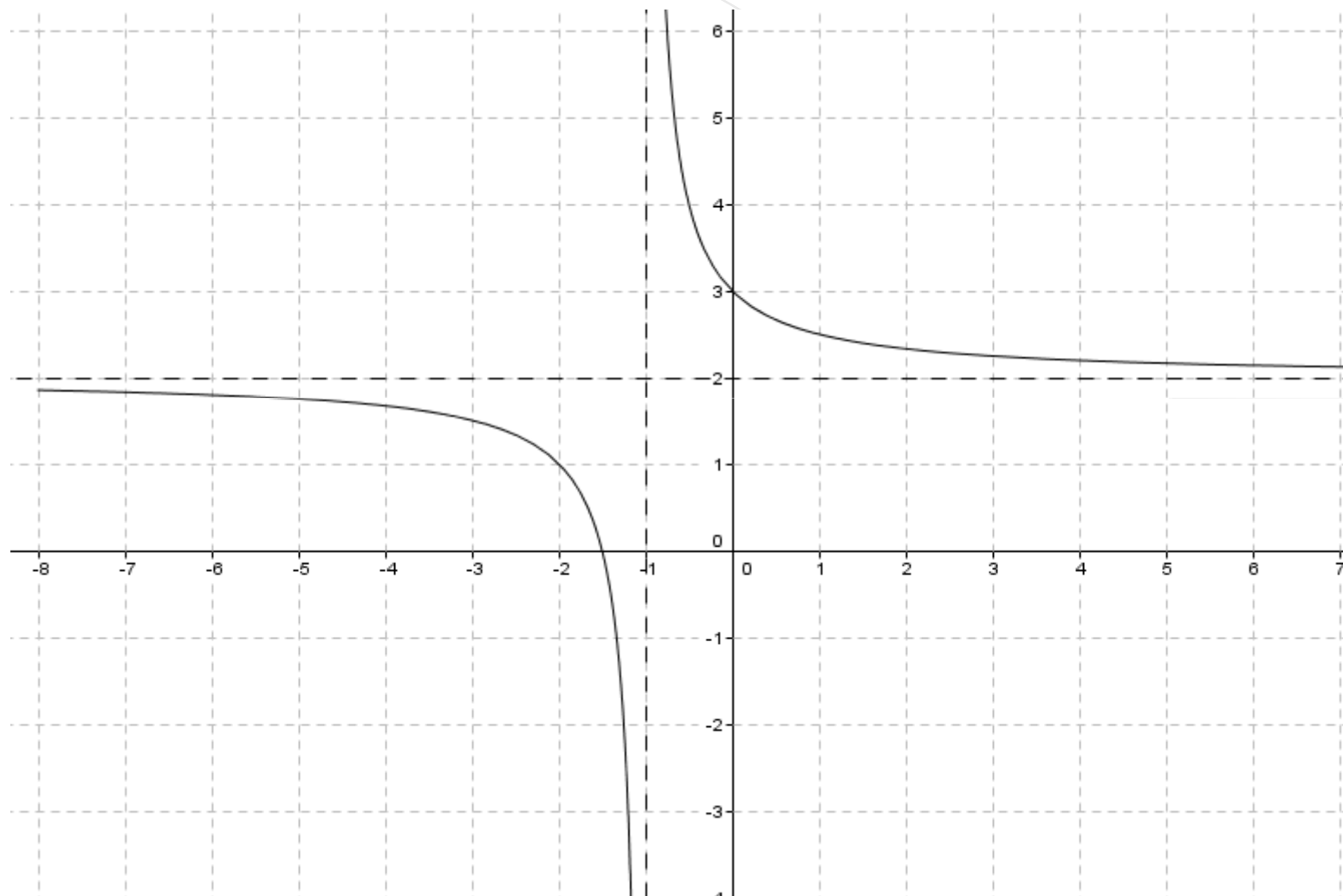
$$y = \frac{2x + 3}{x + 1} = \frac{2(x + 1) + 1}{x + 1} = \frac{1}{x + 1} + \frac{2(x + 1)}{x + 1} = \frac{1}{x + 1} + 2$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

$$f(D) = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

Hiperbola przesunięta  
o wektor  $[-1, 2]$

# FUNKCJA HOMOGRAFICZNA – przykłady (2)



# FUNKCJA HOMOGRAFICZNA – przykłady (3)

Narysuj wykres funkcji oraz ustal równania asymptot funkcji.

$$y = \frac{x}{2x+1}$$

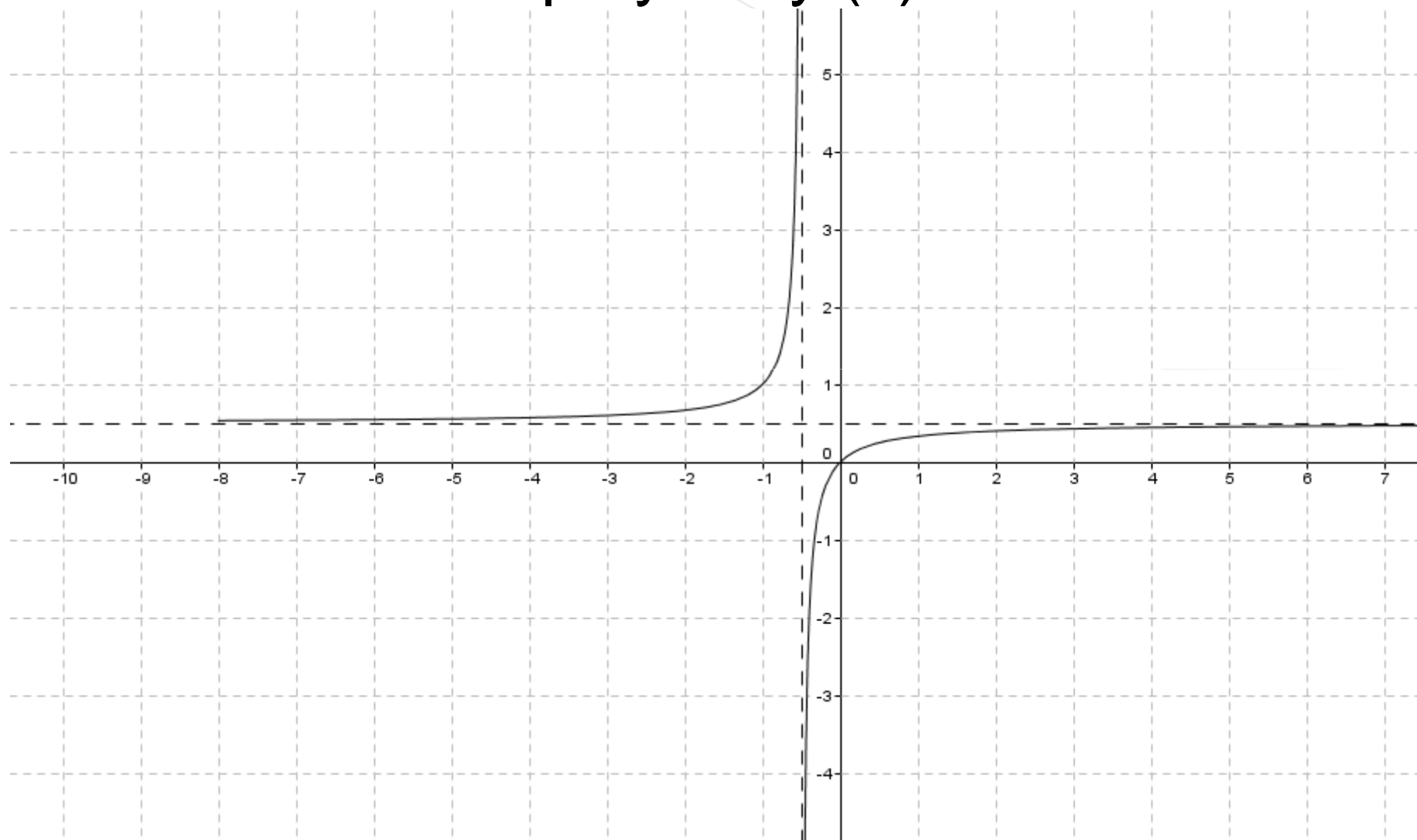
$$y = \frac{x}{2x+1} = \frac{\frac{1}{2}(2x+1) - \frac{1}{2}}{2x+1} = \frac{-\frac{1}{2}}{2x+1} + \frac{1}{2}$$

$$x = -\frac{1}{2} \text{ asymptota pionowa}$$

$$y = \frac{1}{2} - \text{asymptota pozioma}$$

Hiperbola przesunięta  
o wektor  $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

# FUNKCJA HOMOGRAFICZNA – przykłady (3)





# FUNKCJA HOMOGRAFICZNA – przykłady (4)

Narysuj wykres funkcji oraz ustal dziedzinę  
i zbiór wartości funkcji.

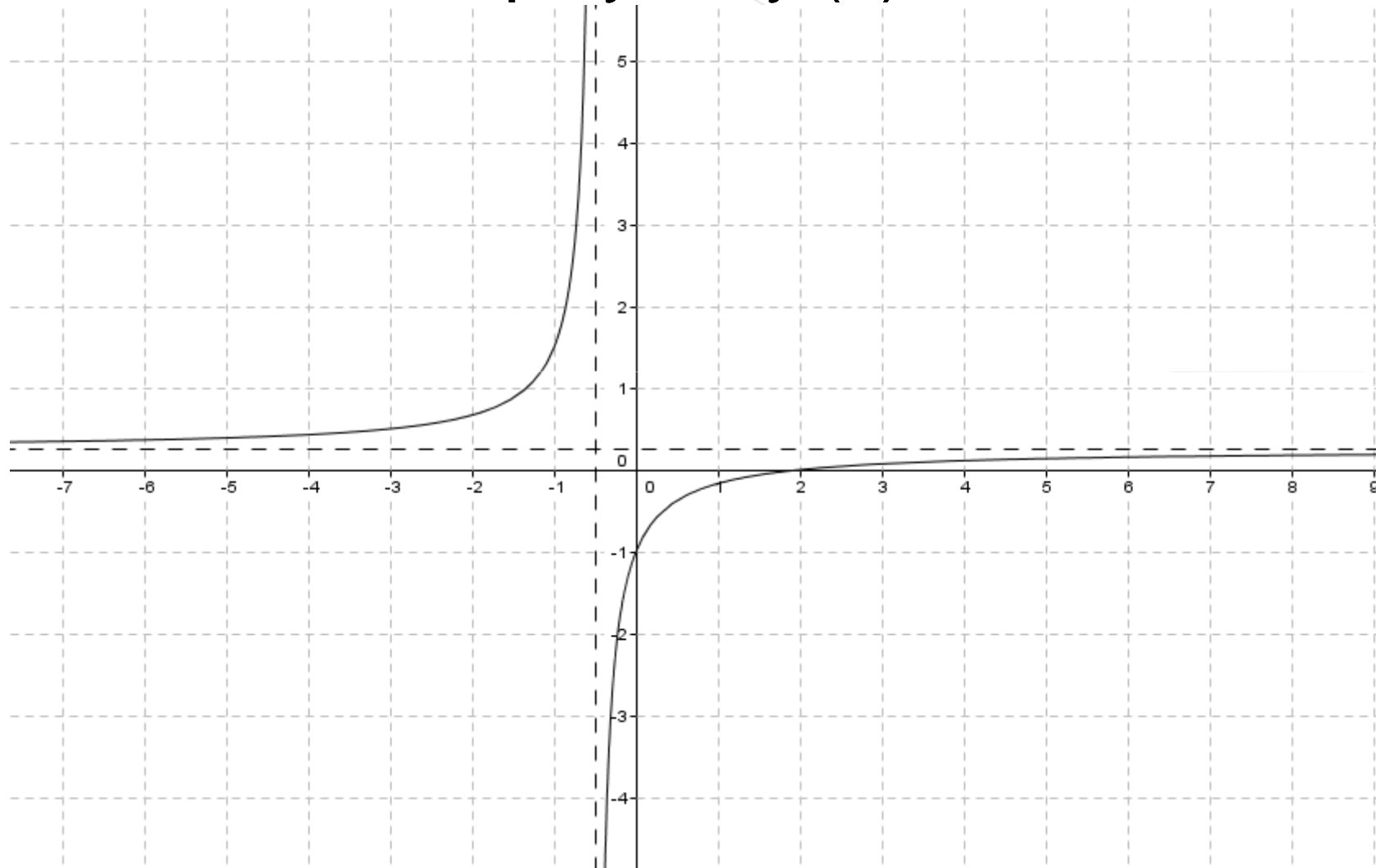
$$y = \frac{x-2}{4x+2} = \frac{\frac{1}{4}(4x+2) - \frac{10}{4}}{4x+2} = \frac{-\frac{10}{4}}{4(x + \frac{1}{2})} + \frac{1}{4} = \frac{-\frac{10}{16}}{(x + \frac{1}{2})} + \frac{1}{4}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$$

$$f(D) = \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{4}\}$$

Hiperbola przesunięta  
o wektor  $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}]$

# FUNKCJA HOMOGRAFICZNA – przykłady (4)



# FUNKCJA HOMOGRAFICZNA – zadania

Narysuj wykresy funkcji ustal ich dziedziny, zbiory wartości oraz zapisz równania asymptot:

$$a) y = \frac{x}{x+2};$$

$$b) f(x) = \frac{x-1}{x+1};$$

$$c) y = \frac{x}{2x-3};$$

$$d) f(x) = \frac{x-3}{2x-1}.$$