

LOGARYTMY



LOGARYTM

definicja

LOGARYTMEM PRZY PODSTAWIE $a \neq 1$ i $a > 0$ Z LICZBY $b > 0$ NAZYWAMY LICZĘ c , KTÓRA JEST WYKŁADNIKIEM POTĘGI, DO KTÓREJ NALEŻY PODNIEŚĆ **PODSTAWĘ LOGARYTMU a** , ABY OTRZYMAĆ **LICZBĘ LOGARYTMOWANĄ b** .

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

LOGARYTM

przykłady

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

$$\log_2 8 = 3$$

$$2^c = 8 \Rightarrow c = 3$$

$$\log_3 9 = 2$$

$$3^c = 9 \Rightarrow c = 2$$

$$\log_{\frac{2}{3}} \frac{16}{81} = 4$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^c = \frac{16}{81} \Rightarrow c = 4$$

$$\log_2 -4 =$$

$$2^c = -4 \Rightarrow \textit{nie istnieje}$$

LOGARYTM

przykłady

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

$$\log_5 \frac{1}{25} = -2$$

$$5^c = \frac{1}{25} \Rightarrow c = -2$$

$$\log_{\frac{1}{3}} 27 = -3$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^c = 27 \Rightarrow c = -3$$

$$\log_{\frac{5}{2}} \frac{16}{625} = -4$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^c = \frac{16}{625} \Rightarrow c = -4$$

LOGARYTM

przykłady

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

$$\log_4 2 = \frac{1}{2}$$

$$4^c = 2 \Rightarrow c = \frac{1}{2}$$

$$\log_{27} 3 = \frac{1}{3}$$

$$27^c = 3 \Rightarrow c = \frac{1}{3}$$

$$\log_{\frac{16}{81}} \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{16}{81}\right)^c = \frac{2}{3} \Rightarrow c = \frac{1}{4}$$

LOGARYTM

przykłady

$$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$$

$$\log_4 \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$4^c = \frac{1}{2} \Rightarrow c = -\frac{1}{2}$$

$$\log_{\frac{1}{27}} 3 = -\frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{1}{9}\right)^c = 3 \Rightarrow c = -\frac{1}{3}$$

$$\log_{\frac{16}{81}} \frac{3}{2} = -\frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{16}{81}\right)^c = \frac{3}{2} \Rightarrow c = -\frac{1}{4}$$

LOGARYTM

zadania

$$a) \log_4 64 =$$

$$b) \log_{\frac{3}{4}} \frac{4}{3} =$$

$$c) \log_1 2 =$$

$$d) \log_8 \frac{1}{2} =$$

$$e) \log_{\sqrt{2}} 2 =$$

$$f) \log_{81} 9 =$$

LOGARYTM w wykładniku

$$a^{\log_a x} = x$$

$$7^{\log_7 2} = 2$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{\log_{\frac{1}{5}} 2} = 2$$

$$\left(\frac{3}{7}\right)^{\log_{\frac{3}{7}} \frac{4}{9}} = \frac{4}{9}$$

LOGARYTM

w wykładniku zadania

$$a) 3^{\log_3 3^2} =$$

$$b) \sqrt{2}^{\log_{\sqrt{2}} \sqrt{3}} =$$

$$c) \left(\frac{1}{6}\right)^{\log_{\frac{1}{6}} 2} =$$

$$d) (4^2)^{\log_{16} \sqrt{5}} =$$

LOGARYTM ILOCZYNU

$$\log_a x \cdot y = \log_a x + \log_a y$$

Przykłady:

$$\log_4 16 = \log_4 4 \cdot 4 = \log_4 4 + \log_4 4 = 1 + 1 = 2$$

$$\log_{\frac{1}{3}} 9 = \log_{\frac{1}{3}} 3 \cdot 3 = \log_{\frac{1}{3}} 3 + \log_{\frac{1}{3}} 3 = -1 + (-1) = -2$$

LOGARYTM ILORAZU

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

Przykłady:

$$\log_5 \frac{5}{125} = \log_5 5 - \log_5 125 = 1 - 3 = -2$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} = \log_{\frac{1}{2}} 1 - \log_{\frac{1}{2}} 4 = 0 - (-2) = 2$$

LOGARYTM POTĘGI

$$\log_a x^p = p \cdot \log_a x$$

Przykłady:

$$\log_3 \sqrt[5]{3} = \log_3 3^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \cdot \log_3 3 = \frac{1}{5} \cdot 1 = \frac{1}{5}$$

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{7}} \sqrt[3]{49} &= \log_{\frac{1}{7}} 49^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_{\frac{1}{7}} 7^2 = 2 \cdot \frac{1}{3} \log_{\frac{1}{7}} 7 = \\ &= 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot (-1) = -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

PRZYKŁADY

$$\begin{aligned}\log_6 36\sqrt{6} &= \log_6 36 + \log_6 \sqrt{6} = 2 + \log_6 6^{\frac{1}{2}} = \\ &= 2 + \frac{1}{2}\log_6 6 = 2 + \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{5}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\log_{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt[3]{2}}{8} &= \log_{\frac{1}{2}} \sqrt[3]{2} - \log_{\frac{1}{2}} 8 = \log_{\frac{1}{2}} 2^{\frac{1}{3}} - \log_{\frac{1}{2}} 2^3 = \\ &= \frac{1}{3}\log_{\frac{1}{2}} 2 - 3\log_{\frac{1}{2}} 2 = \frac{1}{3} \cdot (-1) - 3 \cdot (-1) = -\frac{1}{3} + 3 = \frac{8}{3}\end{aligned}$$

ZADANIA

Oblicz:

$$a) \log_4 4\sqrt{4} =$$

$$b) \log_2 8\sqrt{2} =$$

$$c) \log_{\frac{1}{3}} 3^4\sqrt{3} =$$

$$d) \log_{\frac{1}{2}} 2^3\sqrt{4} =$$

$$e) \log_5 \frac{\sqrt{5}}{25} =$$

$$f) \log_9 \frac{9}{\sqrt[3]{9}} =$$

$$g) \log_{\frac{1}{4}} \frac{4}{\sqrt[3]{16}} =$$

$$h) \log_2 \frac{8}{2\sqrt{2}} =$$

ODPOWIEDZI

$$a) \frac{3}{2}$$

$$b) \frac{7}{2}$$

$$c) -\frac{5}{4}$$

$$d) -\frac{5}{3}$$

$$e) -\frac{3}{2}$$

$$f) \frac{2}{3}$$

$$g) -\frac{1}{3}$$

$$h) \frac{3}{2}$$

ODPOWIEDZI

slajd 7. a) 3; b) -1; c) nie istnieje; d) $-\frac{1}{3}$; e) 2; f) $\frac{1}{2}$.

slajd 9. a) 9; b) $\sqrt{3}$; c) 2; d) $\sqrt{5}$.