

ROZKŁAD WIELOMIANU NA CZYNNIKI

Harald Kajzer

ROZKŁAD WIELOMIANU NA CZYNNIKI PRZYKŁADY

WIELOMIAN ROZŁOŻONY NA CZYNNIKI

$$(x-2)(2x-6)(x^2+1)$$

$$(x+1)(2x-6)$$

$$(2x-2)(2x+2)$$

$$(3x-5)^2 = (3x-5)(3x-5)$$

ROZKŁAD WIELOMIANU NA CZYNNIKI

DEFINICJA

WIELOMIAN UWAŻA SIĘ ZA ROZŁOŻONY NA CZYNNIKI, JEŻELI JEST ZAPISANY W POSTACI ILOCZYNU CZYNNIKÓW CO NAJWYŻEJ DRUGIEGO STOPNIA NP.

$$(x-2)(2x-6)(x^2+1)$$

$$(x^2+2)(2x-6)(x+1)(3x-1)$$

ROZKŁAD WIELOMIANU NA CZYNNIKI

DEFINICJA

CZYNNIKI DRUGIEGO STOPNIA SĄ DOPUSZCZALNE TYLKO WTEDY, GDY NIE MOŻNA ICH JUŻ ROZŁOŻYĆ NA CZYNNIKI NIŻSZYCH STOPNI NP.

$$(x - 2)(2x - 6)(x^2 - 1)$$

NIE JEST ROZŁOŻONY NA CZYNNIKI, BO

$$x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$$

CZYLI

$$(x - 2)(2x - 6)(x + 1)(x - 1)$$

METODY ROZKŁADU WIELOMIANU NA CZYNNIKI - WIELOMIANY 2 STOPNIA

WZORY SKRÓCONEGO MNOŻENIA

$$4x^2 - 1 = (2x - 1)(2x + 1)$$

$$(x^2 + 10x + 25) = (x + 5)^2 = (x + 5)(x + 5)$$

$$(x^2 - 6x + 9) = (x - 3)^2$$

$$(9x^2 - 12x + 4) = (3x - 2)^2$$

$$x^2 - 2 = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

METODY ROZKŁADU WIELOMIANU NA CZYNNIKI - WIELOMIANY 2 STOPNIA

POSTAĆ ILOCZYNOWA TRÓJMIANU KWADRATOWEGO:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

JEŻELI PIERWIASTKI TRÓJMIANU KWADRATOWEGO ISTNIEJĄ TZN.

$$\Delta \geq 0$$

METODY ROZKŁADU WIELOMIANU NA CZYNNIKI - WIELOMIANY 2 STOPNIA

PRZYKŁAD:

$$y = x^2 - 7x + 6 \quad a = 1, b = -7, c = 6$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 49 - 24 = 25 > 0$$

OBLICZAMY WYRÓZNIK Δ

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7) - 5}{2} = 1 \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{7 + 5}{2} = 6$$

OBLICZAMY MIEJSCA ZEROWE

$$y = (x - 1)(x - 6)$$

METODY ROZKŁADU WIELOMIANU NA CZYNNIKI - WIELOMIANY 3 STOPNIA

WZORY SKRÓCONEGO MNOŻENIA

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$x^3 - 8 = x^3 - 2^3 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$27x^3 - 64 = (3x)^3 - 4^3 = (3x - 4)(9x^2 + 12x + 16)$$

METODY ROZKŁADU WIELOMIANU NA CZYNNIKI - WIELOMIANY 3 STOPNIA

WZORY SKRÓCONEGO MNOŻENIA

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$27 + x^3 = 3^3 + x^3 = (3+x)(9 - 3x + x^2)$$

$$8x^3 + 125 = (2x)^3 + 5^3 = (2x+5)(4x^2 - 10x + 25)$$

METODY ROZKŁADU WIELOMIANU NA CZYNNIKI - WIELOMIANY 3 STOPNIA

WYŁĄCZANIE WSPÓLNEGO CZYNNIKA PRZED NAWIAS:

$$x^3 - 2x^2 + x - 2 = \frac{x^3 - 2x^2}{(x-2)} + \frac{x-2}{(x-2)} = x^2(x-2) + (x-2)$$

CZYNNIK $x^2 + 1$ JEST NIEROZKŁADALNY CZYLI NA TYM KOŃCZYMY ROZKŁAD

METODY ROZKŁADU WIELOMIANU NA CZYNNIKI - WIELOMIANY 3 STOPNIA

WYŁĄCZANIE WSPÓLNEGO CZYNNIKA PRZED NAWIAS I WZORY SKRÓCONEGO MNOŻENIA:

$$\begin{aligned}x^3 - 3x^2 - 4x + 12 &= x^2(x-3) - 4(x-3) = \\(x-3)(x^2 - 4) &= (x-3)(x-2)(x+2)\end{aligned}$$

ROZKŁAD WIELOMIANU NA CZYNNIKI ZADANIA PRZYKŁADOWE

ROZŁÓŻ NA CZYNNIKI WIELOMIANY

$$a) W(x) = (x^2 - 12x + 36)(x^2 - 9)$$

$$b) G(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 6$$

$$c) H(x) = 4x^4 + 20x^3 - x^2 - 5x$$

ROZKŁAD WIELOMIANU NA CZYNNIKI ZADANIA

ROZŁÓŻ NA CZYNNIKI
WIELOMIANY:

$$a) 9x^2 - 2$$

$$b) x^2 - 4x + 3$$

$$c) 125x^3 - 64$$

$$d) 2x^3 - 8x^2 - 4x + 16$$

ROZKŁAD WIELOMIANU NA CZYNNIKI

ROZWIĄZANIA slajd 12 zad.a.

$$\begin{aligned}W(x) &= (x^2 - 12x + 36)(x^2 - 9) = \\ &= (x - 6)^2 (x - 3)(x + 3) = \\ &= (x - 6)(x - 6)(x - 3)(x + 3)\end{aligned}$$



ROZKŁAD WIELOMIANU NA CZYNNIKI

ROZWIĄZANIA slajd 12 zad.b.

$$G(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 6 =$$

$$x^2(x-2) - 3(x-2) =$$

$$(x-2)(x^2-3) =$$

$$(x-2)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$$



ROZKŁAD WIELOMIANU NA CZYNNIKI

ROZWIĄZANIA slajd 12 zad.c.

$$\begin{aligned}H(x) &= 4x^4 + 20x^3 - x^2 - 5x = \\x[4x^3 + 20x^2 - x - 5] &= \\x[4x^2(x+5) - (x-5)] &= \\x[(x-5)(4x^2-1)] &= \\x(x-5)(2x-1)(2x+1) &= \end{aligned}$$

