



STATYSTYKA

Harald Kajzer

HARALD KAJZER ZST NR 2 im. M. Batko

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA

JEST JEDNĄ Z PODSTAWOWYCH
WIELKOŚCI OPISUJĄCYCH ZESTAW
DANYCH STATYSTYCZNYCH.

x_1, x_2, \dots, x_n

ZESTAW DANYCH

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA

PRZYKŁAD

PRÓBNA MATURA Z OPERONEM 2012

Zadanie 25. (2 pkt)

Średni wzrost sportowców w drużynie siatkarskiej, liczącej 6 chłopców, wynosił 174 cm. Po przyjęciu do zespołu dwóch braci o tej samej wysokości średnia wzrostu zwiększyła się o 0,5 cm. Oblicz, jak wysocy są bracia.

ROZWIĄZANIE:

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6}{6} = 174 \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 174 \cdot 6$$

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + 2x}{8} = 174,5 \Rightarrow x_1 + \dots + x_6 + 2x = 174,5 \cdot 8$$

$$174 \cdot 6 + 2x = 174,5 \cdot 8$$

$$2x = 1396 - 1044 = 352 \quad / : 2$$

$$x = 176$$

Odp. Bracia mają po 176 cm wzrostu.

MEDIANA

JEŻELI USTAWIMY DANE STATYSTYCZNE
W NIEMALEJĄCY CIĄG

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$$

TO JEŻELI n JEST LICZBĄ NIEPARZYSTĄ MEDIANA JEST
ŚRODKOWA LICZBA TEGO ZESTAWU

LUB

JEŻELI n JEST LICZBĄ PARZYSTĄ MEDIANA JEST
ŚREDNIA ARYTMETYCZNA DWÓCH ŚRODKOWYCH
LICZB TEGO ZESTAWU

MEDIANA

przykłady

1,1,2,3,4,4,4 – UPORZĄDKOWANY
ZESTAW 7 DANYCH MEDIANA - 3

1,1,2,3,4,4,4,4 – UPORZĄDKOWANY
ZESTAW 8 DANYCH MEDIANA - $\frac{3+4}{2} = 3\frac{1}{2}$

MEDIANA MÓWI, ŻE POŁOWA WYNIKÓW NIE PRZEKRACZA
MEDIANY ORAZ POŁOWA WYNIKÓW JEST NIE MNIEJSZA OD
MEDIANY.

DOMINANTA

JEST TO WARTOŚĆ WYSTĘPUJĄCA
NAJCZĘŚCIEJ W ZESTAWIE DANYCH
NP.

1,1,2,3,4,4,4,4

DOMINANTA - 4

PRZYKŁAD

GWO MATEMATYKA Z PLUSEM

OBLICZ WARTOŚĆ a ORAZ OKREŚL MEDIANĘ I DOMINANTĘ ZESTAWU DANYCH, JEŚLI WIADOMO, ŻE ŚREDNIA ARYTMETYCZNA WYNOŚI $\bar{x} = 6,5$.

wartość x	3	6	7	10
liczba wskazań	a	a	2	10

$$\frac{3a + 6a + 7 \cdot 2 + 10 \cdot 10}{2a + 12} = 6,5$$

$$9a + 114 = 13a + 78$$

$$-4a = -36 \Rightarrow a = 9$$

MEDIANA: 6 DOMINANTA: 10

PRZYKŁAD

GWO MATEMATYKA Z PLUSEM

PEWIEN WŁAŚCICIEL KAWIARNI POLICZYŁ ILE KOSTEK CUKRU KLIENCI UŻYWAJĄ DO SŁODZENIA KAWY I USTALIŁ ŚREDNIĄ ARYTMETYCZNA, MEDIANĘ I DOMINANTĘ TYCH DANYCH. KTÓRY Z PARAMETRÓW POWINIEN WZIĄĆ POD UWAGĘ, ABY:

PRZEWIDZIEĆ ILE KOSTEK CUKRU NALEŻY ZAKUPIĆ; ŚREDNIA ARYTMETYCZNA

TAK DOBRAĆ LICZBĘ PODAWANYCH KOSTEK CUKRU, ABY MOŻLIWIE NAJWIĘKSZA LICZBA KLIENTÓW BYŁA ZADOWOLONA Z PODANEJ LICZBY KOSTEK CUKRU; DOMINANTA

TAK DOBRAĆ LICZBĘ PODAWANYCH KOSTEK CUKRU, ABY CO NAJMNIJ POŁOWA KLIENTÓW BAŁA ZADOWOLONA Z LICZBY PODANYCH KOSTEK CUKRU; MADIANA

PRZYKŁAD

ROZWAŻMY TRZY SERIE DANYCH:

5, 5, 5, 5, 5

4, 5, 5, 5, 6

1, 5, 5, 5, 9

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA, MEDIANA
I DOMINANTA WSZYSTKICH TRZECH
ZESTAWÓW WYNOSZĄ 5 WOBEC TEGO
Z PUNKTU WIDZENIA STATYSTYKI
ZESTAWY TE SĄ IDENTYCZNE.

ODCHYLENIE STANDARDOWE

ODCHYLENIE STANDARDOWE

ZESTAWU DANYCH x_1, x_2, \dots, x_n

DLA KTÓRYCH \bar{x} JEST ŚREDNIĄ
ARYTMETYCZNA

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} \quad \text{-- odchylenie standardowe}$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} \quad \text{-- wariancja}$$

PRZYKŁAD

OBLICZMY ODCHYLENIE STANDARDOWE
DLA ZESTAWÓW DANYCH (5,5,5,5,5),
(4,5,5,5,6), (1,5,5,5,9).

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{(5-5)^2 + (5-5)^2 + (5-5)^2 + (5-5)^2 + (5-5)^2}{5}} = \sqrt{\frac{0}{5}} = 0$$

dane nie są w ogóle odchylone

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{(5-4)^2 + (5-5)^2 + (5-5)^2 + (5-5)^2 + (5-6)^2}{5}} = \sqrt{\frac{2}{5}} = 0,63$$

dane są odchylone w nieznacznym stopniu

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{(5-1)^2 + (5-5)^2 + (5-5)^2 + (5-5)^2 + (5-9)^2}{5}} = \sqrt{\frac{32}{5}} = 2,53$$

dane są odchylone w znacznym stopniu

ŚREDNIA WAŻONA

ŚREDNIA WAŻONA ZESTAWU DANYCH
 x_1, x_2, \dots, x_n Z WAGAMI ODPOWIEDNIO
 $a_1 > 0, a_2 > 0, \dots, a_n > 0$ JEST TO LICZBA:

$$\bar{x}_w = \frac{a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$$

JEŻELI WSZYSTKIE WAGI SĄ RÓWNE TO ŚREDNIA WAŻONA
JEST RÓWNA ŚREDNIEJ ARYTMETYCZNEJ

PRZYKŁAD

OCENĘ SEMESTRALNĄ Z MATEMATYKI WYSTAWIA SIĘ JAKO ZAOKRĄGLENIE ŚREDNIEJ WAŻONEJ OCEN CZASTKOWYCH. JAKA BĘDZIE OCENA SEMESTRALNA Z PODANYCH OCEN?

OCENA	1	2	2	3	4	4	5
WAGA	0,5	0,3	0,5	0,5	0,1	0,3	0,4

$$\bar{x}_w = \frac{1 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,3 + 2 \cdot 0,5 + 3 \cdot 0,5 + 4 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,3 + 5 \cdot 0,4}{0,5 + 0,3 + 0,5 + 0,5 + 0,1 + 0,3 + 0,4}$$

$$\bar{x}_w = \frac{0,5 + 0,6 + 1 + 1,5 + 0,4 + 1,2 + 2}{2,6} = \frac{7,2}{2,6} = 2,769$$

OCENA: 3

ZADANIA

1. OKREŚL MEDIANĘ I DOMINANTĘ ZESTWU DANYCH:

$1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2, a, a, a, a, a, 12, 12, 12, 12, 12, 12, 12$

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA TEGO ZESTAWU $\bar{x} = 5,2$.

2. OBLICZ ŚREDNIĄ WAŻONĄ ZESTAWU DANYCH

liczba	3	4	6	8	10
waga	1	2	3	4	10

3. OBLICZ ODCHYLENIE STANDARDOWE ZESTWU DANYCH $1, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 7$.