



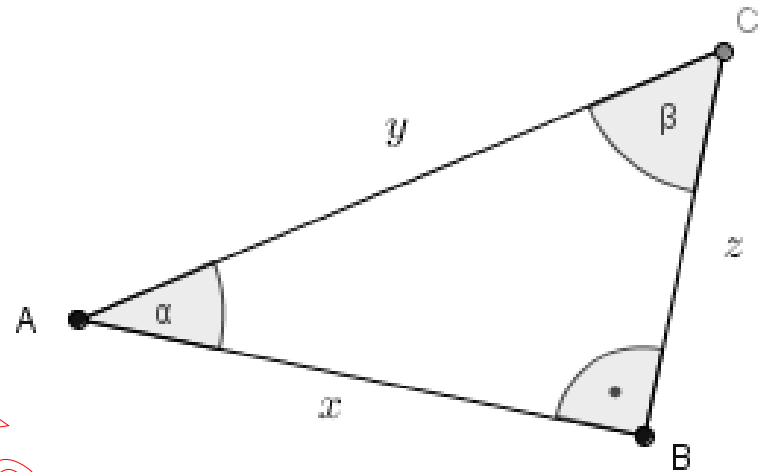
# GEOMETRIA PRZESTRZENNA (STEREOMETRIA)

HARALD KAJZER ZST nr 2 im. Mariana Batko

# ELEMENTARNE WIDOMOŚCI Z PLANIMETRII

## TW. PITAGORASA

$$x^2 + z^2 = y^2$$



## FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE

$$\sin \alpha = \frac{z}{y} = \cos \beta \quad \cos \alpha = \frac{x}{y} = \sin \beta$$

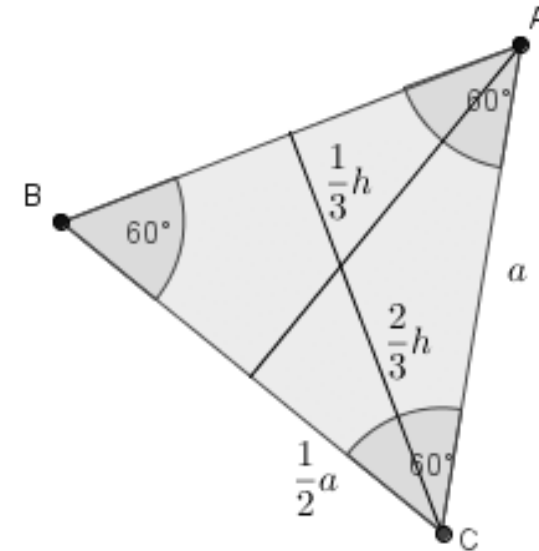
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{z}{x} = \operatorname{ctg} \beta \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{z} = \operatorname{tg} \beta$$

# ELEMENTARNE WIADOMOŚCI Z PLANIMETRII

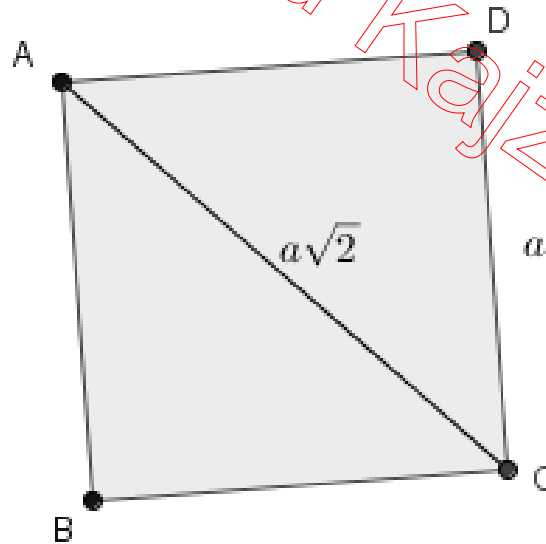
## TRÓJKĄT RÓWNOBOCZNY

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$P_{\Delta} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



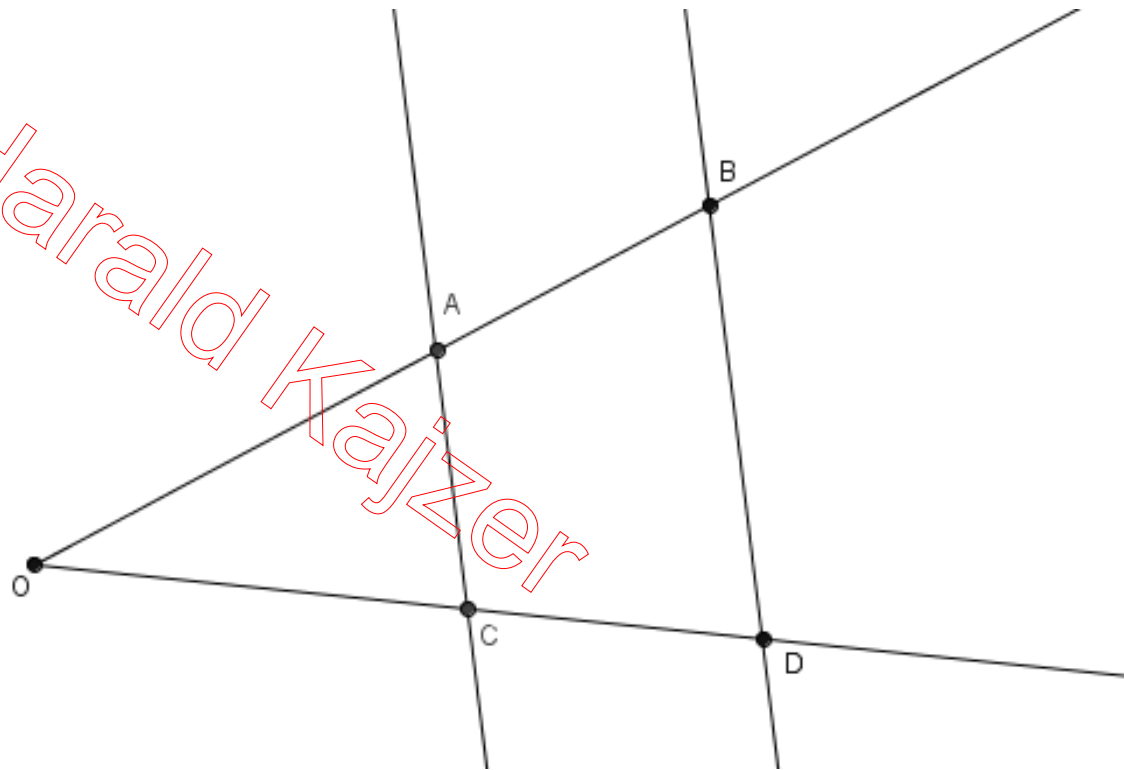
## KWADRAT



# ELEMENTARNE WIADOMOŚCI Z PLANIMETRII

## TW. TALESZA

$$\frac{|OA|}{|OB|} = \frac{|OC|}{|OD|} = \frac{|AC|}{|BD|}$$



# ELEMENTARNE WIADOMOŚCI Z PLANIMETRII

## CECHY PODOBIENSTWA TRÓJKĄTÓW

*bbb* – jeżeli trzy boki jednego trójkąta są proporcjonalne do trzech boków drugiego trójkąta, to trójkąty te są podobne

*bkb* – jeżeli dwa boki jednego trójkąta są proporcjonalne do dwóch boków drugiego trójkąta i kąty zawarte między tymi bokami są równe, to trójkąty te są podobne

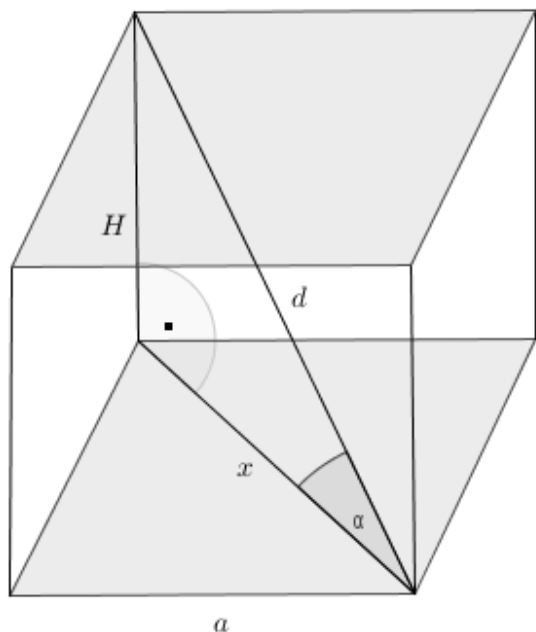
*kk* – jeżeli dwa kąty jednego trójkąta są równe dwóm kątom drugiego trójkąta, to trójkąty te są podobne

# ZADANIA

## informator maturalny od 2015

### Zadanie 40. (0–4)

W graniastoshupie czworokątnym prawidłowym przekątna o długości  $d$  jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem  $\alpha$  takim, że  $\sin \alpha = 0,2$ . Wyznacz objętość tego graniastoshupa.



$$\sin \alpha = \frac{H}{d} \Rightarrow 0,2 = \frac{H}{d} \Rightarrow H = \frac{1}{5}d$$

$$x^2 = d^2 - H^2 = d^2 - \frac{1}{25}d^2 = \frac{24}{25}d^2 \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{6}}{5}d$$

$$x = a\sqrt{2} \Rightarrow a\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{6}}{5}d \Rightarrow a = \frac{2\sqrt{3}}{5}d$$

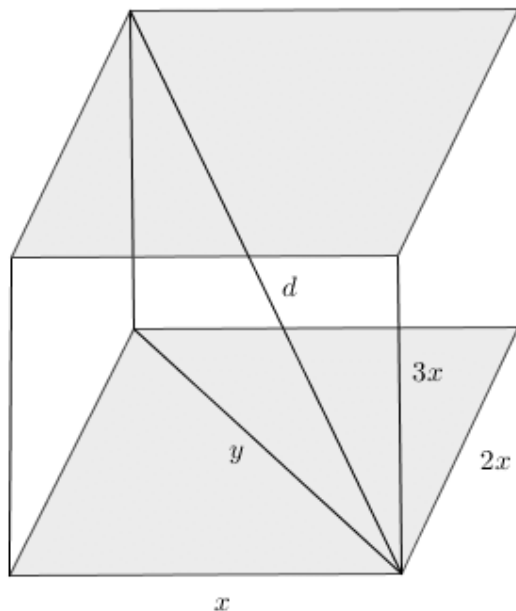
$$V = P_p \cdot H = a^2 \cdot H = \left(\frac{2\sqrt{3}}{5}d\right)^2 \cdot \frac{1}{5}d = \frac{12}{125}d^3$$

# ZADANIA

## matura maj 2014

### Zadanie 32. (4 pkt)

Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu jest równe 198. Stosunki długości krawędzi prostopadłościanu wychodzących z tego samego wierzchołka prostopadłościanu to  $1 : 2 : 3$ . Oblicz długość przekątnej tego prostopadłościanu.



$$198 = 2 \cdot 2x \cdot x + 2 \cdot 3x \cdot x + 2 \cdot 2x \cdot 3x$$

$$198 = 22x^2 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$$

$$y^2 = 3^2 + 6^2 = 45$$

$$d^2 = y^2 + 9^2 = 45 + 81 = 126$$

$$d = \sqrt{126} = 3\sqrt{14}$$

# ZADANIA

## informator maturalny zestaw P2

*Przykładowy arkusz egzaminacyjny z matematyki  
Poziom podstawowy*

---

### **Zadanie 28. (5 pkt)**

Podstawą ostrosłupa  $ABCS$  jest trójkąt równoboczny  $ABC$  o boku długości 8. Punkt  $D$  jest środkiem krawędzi  $AB$ , odcinek  $DS$  jest wysokością ostrosłupa. Krawędzie  $AS$  i  $BS$  mają długość 7. Oblicz długość krawędzi  $CS$  tego ostrosłupa.

---



# ZADANIA

## matura maj 2011

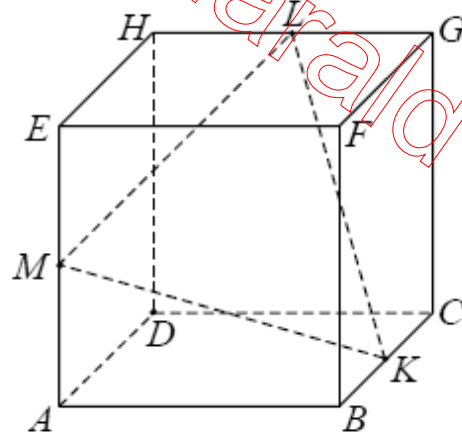
18

Egzamin maturalny z matematyki  
Poziom podstawowy

---

### Zadanie 33. (4 pkt)

Punkty  $K$ ,  $L$  i  $M$  są środkami krawędzi  $BC$ ,  $GH$  i  $AE$  sześcianu  $ABCDEFGH$  o krawędzi długości 1 (zobacz rysunek). Oblicz pole trójkąta  $KLM$ .



# ZADANIA

## matura próbna marzec 2012

16

Arkusz ćwiczeniowy z matematyki  
Poziom podstawowy

---

### Zadanie 30. (4 pkt)

Podstawą ostrosłupa  $ABCDS$  jest romb  $ABCD$  o boku długości 4. Kąt  $ABC$  rombu ma miarę  $120^\circ$  oraz  $|AS|=|CS|=10$  i  $|BS|=|DS|$ . Oblicz sinus kąta nachylenia krawędzi  $BS$  do płaszczyzny podstawy ostrosłupa.



# ZADANIA

## matura próbna z OPERONEM listopad 2012

*Matematyka. Poziom podstawowy*  
*Próbna Matura z OPERONEM i „Gazetą Wyborczą”*

---

### **Zadanie 31. (5 pkt)**

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny. Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe 24, a kąt płaski ściany bocznej przy podstawie ma miarę  $\alpha$  i  $\operatorname{tg}\alpha = 2$ . Wyznacz cosinus kąta nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy.





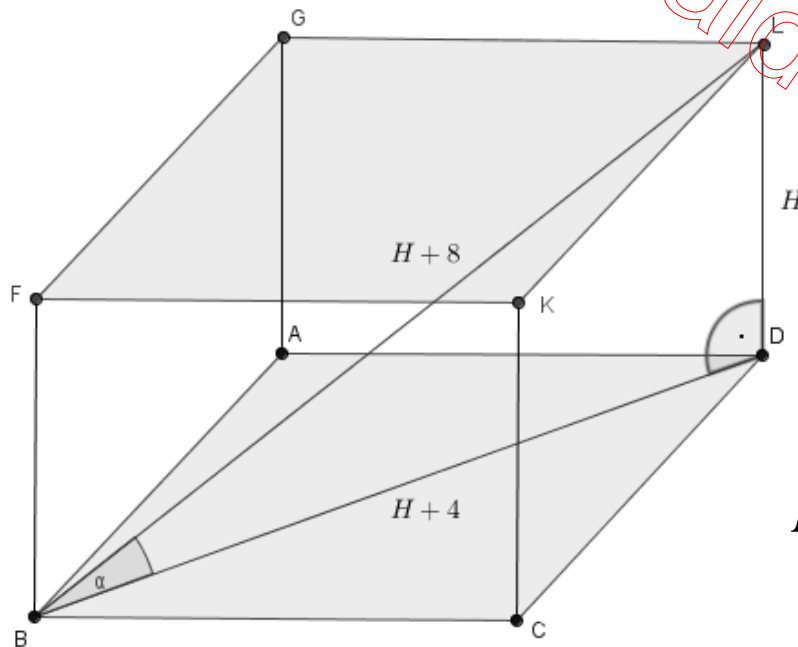
# ZADANIA

## matura próbna z OPERONEM listopad 2013

Próbna Matura z OPERONEM i „Gazetą Wyborczą”

### Zadanie 32. (5 pkt)

W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym wysokość graniastosłupa jest o 4 krótsza od przekątnej podstawy i o 8 krótsza od przekątnej graniastosłupa. Oblicz sinus kąta pomiędzy przekątną graniastosłupa a płaszczyzną podstawy.



WYSTARCZY  
OBLICZYĆ  $H$

$$\sin \alpha = \frac{H}{H+8}$$

Z tw. Pitagorasa

$$(H+8)^2 = H^2 + (H+4)^2$$

$$H^2 + 16H + 64 = H^2 + H^2 + 8H + 16$$

$$H^2 - 8H - 48 = 0$$

## ZADANIA

matura próbna z OPERONEM listopad 2013

$$H^2 - 8H - 48 = 0$$

$$\Delta = 64 + 192 = 256$$

$$H_1 = \frac{8+16}{2} = 12$$

~~$$H_2 = \frac{8-16}{2} = -4$$~~

$H$  jest wysokością więc nie może być  
 $H < 0$

$$\sin \alpha = \frac{H}{H+8} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$