



UKŁADY RÓWNAŃ LINIOWYCH Z DWIEMA NIEWIADOMYMI

HARALD KAJZER – ZST NR 2 im. M. BATKO

UKŁADY RÓWNAŃ LINIOWYCH Z DWIEMA NIEWIADOMYMI

UKŁAD RÓWNAŃ LINIOWYCH
STANOWIĄ DWA RÓWNANIA
LINIOWE O DWÓCH NIEWIADOMYCH
NP.

$$\begin{cases} 4x + 2y = -6 \\ -2x + 4y = 8 \end{cases}$$

UKŁADY RÓWNAŃ LINIOWYCH Z DWIEMA NIEWIADOMYMI

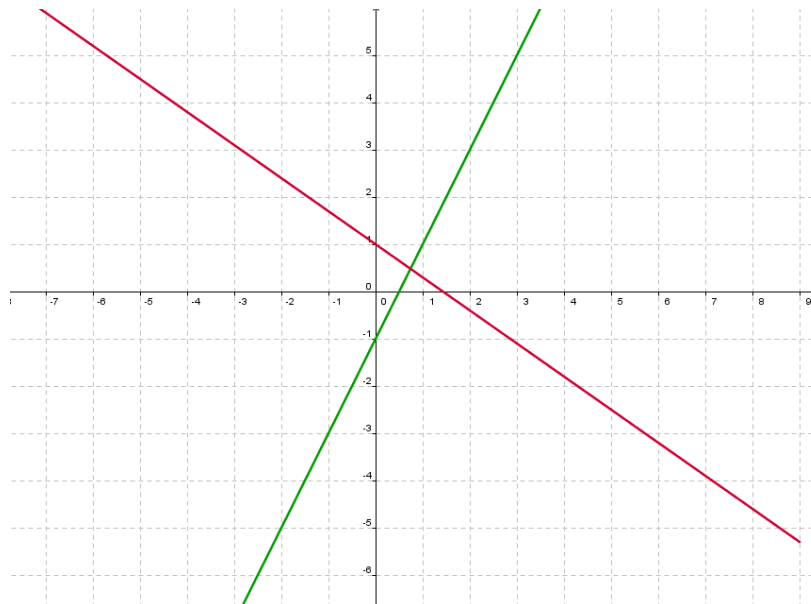
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 6x + 2y = -6 \end{cases}$$

KAŻDE RÓWNANIE W TYM UKŁADZIE
JEST LINIĄ PROSTĄ:

$$\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = -3x - 3 \end{cases}$$

INTERPRETACJA GEOMETRYCZNA UKŁADU RÓWNAŃ LINIOWYCH

DWIE PROSTE NA PŁASZCZYŹNIE MOGĄ SIĘ
PRZECINAĆ, CZYLI MIEĆ JEDEN PUNKT WSPÓLNY.

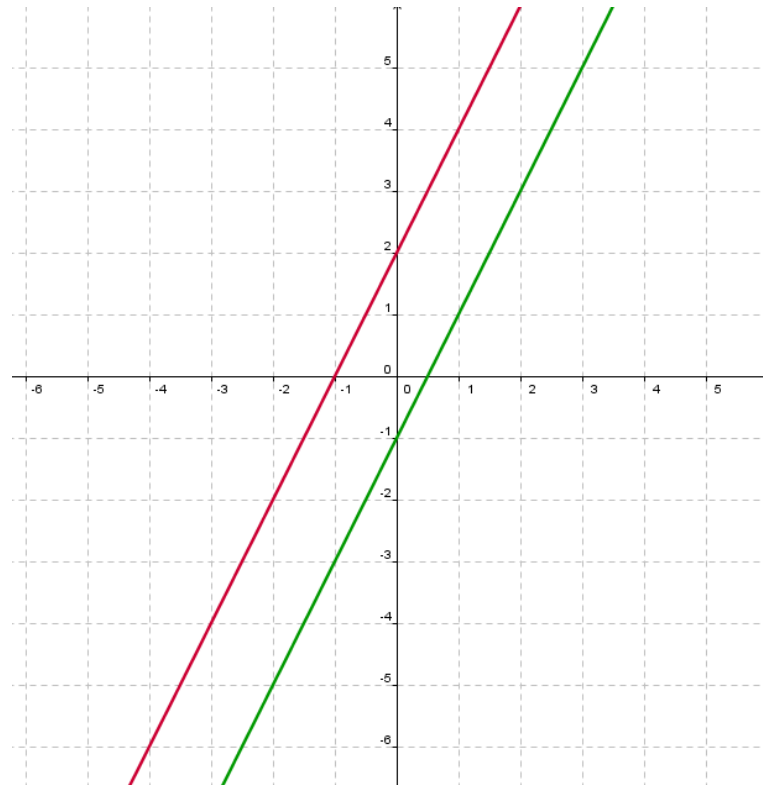


UKŁAD OZNACZONY

INTERPRETACJA GEOMETRYCZNA UKŁADU RÓWNAŃ LINIOWYCH

DWIE PROSTE NA PŁASZCZYŹNIE MOGĄ BYĆ
RÓWNOLEGŁE, CZYLI NIE MIEĆ PUNKTÓW
WSPÓLNYCH.

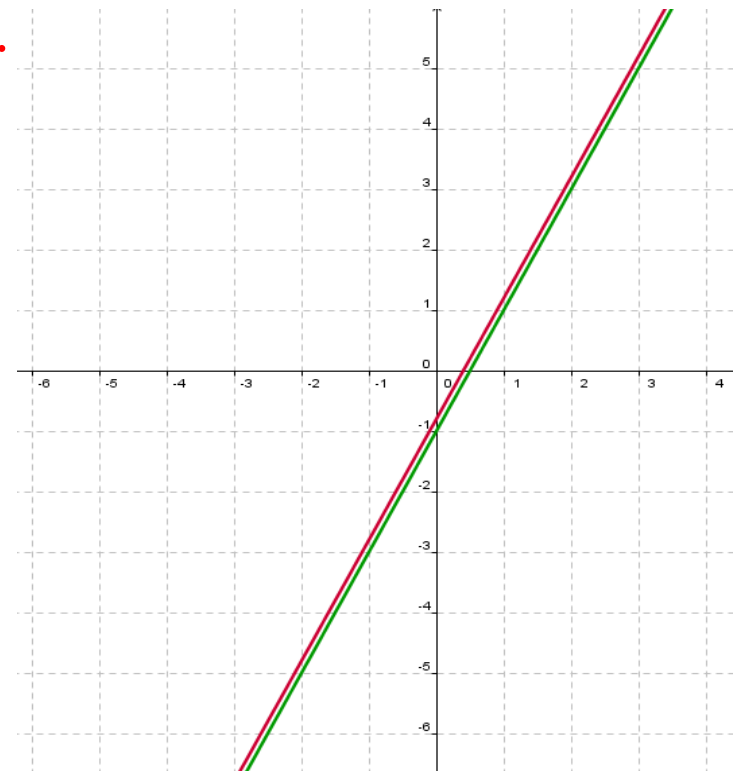
UKŁAD SPRZECZNY



INTERPRETACJA GEOMETRYCZNA UKŁADU RÓWNAŃ LINIOWYCH

DWIE PROSTE NA PŁASZCZYŹNIE MOGĄ SIĘ
POKRYWAĆ, CZYLI MIEĆ NIESKOŃCZENIE WIELE
PUNKTÓW WSPÓLNYCH.

UKŁAD NIEOZNACZONY



ROZWIĄZANIE UKŁADU RÓWNAŃ LINIOWYCH

ROZWIĄZANIE UKŁADU RÓWNAŃ
LINIOWYCH POLEGA NA
ODNALEZIENIU PUNKTÓW
WSPÓLNYCH DLA PROSTYCH , KTÓRE
TEN UKŁAD STANOWIĄ.

$$\begin{cases} 4x + 2y = -6 \\ -2x + 4y = 8 \end{cases}$$

ROZWIĄZANIE UKŁĄDU RÓWNAŃ LINIOWYCH

METODA PRZECIWNYCH
WSPÓŁCZYNNIKÓW:

$$\begin{cases} 4x + 2y = -6 \\ -2x + 4y = 8 \quad / \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 2y = -6 \\ -4x + 8y = 16 \end{cases}$$

+

$$10y = 10$$

$$y = 1$$

DODAJEMY STRONAMI

ROZWIĄZANIE UKŁĄDU RÓWNAŃ LINIOWYCH - OZNACZONY

METODA PRZECIWNYCH WSPÓŁCZYNNIKÓW:

$$\begin{cases} 4x + 2y = -6 \quad / \cdot (-2) \\ -2x + 4y = 8 \end{cases}$$

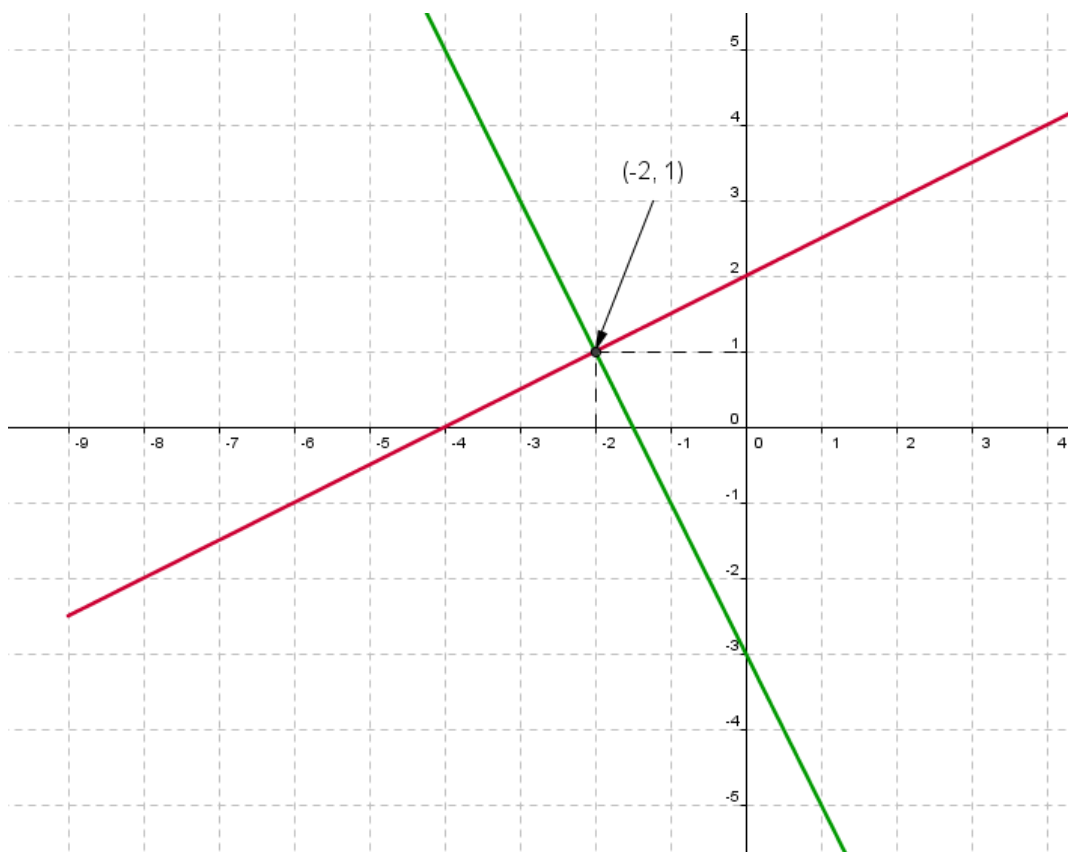
$$\begin{cases} -8x - 4y = 12 \\ -2x + 4y = 8 \end{cases}$$

$$-10x = 20$$

$$x = -2$$

ROZWIĄZANIE UKŁADU RÓWNAŃ LINIOWYCH - OZNACZONY

PARA $(-2, 1)$ JEST
ROZWIĄZANIEM
TEGO UKŁADU
RÓWNAŃ – UKŁAD
OZNACZONY



ROZWIĄZANIE UKŁĄDU RÓWNAŃ

Sprawdź, czy para $(1, -2)$ jest rozwiązaniem układu równań:

$$\begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$$

Wstawiamy odpowiednio współrzędne $x = 1$ i $y = -2$

$$\begin{cases} 2 \cdot 1 + 3 \cdot (-2) = 2 - 6 = -4 \\ 3 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) = 3 + 4 = 7 \end{cases}$$

Czyli para $(1, -2)$ spełnia ten układ równań,
więc jest jego rozwiązaniem

ROZWIĄZANIE UKŁADU RÓWNAŃ LINIOWYCH - NIEOZNACZONY

ROZWIĄŻ UKŁAD RÓWNAŃ $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 10 \end{cases}$

METODA PRZECIWNÝCH WSPÓŁCZYNNIKÓW:

$$\begin{cases} x - 2y = 5 & / \cdot (-2) \\ 2x - 4y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x + 4y = -10 \\ 2x - 4y = 10 \end{cases}$$

$$0 = 0$$

UKŁAD NIEOZNACZONY
NIESKOŃCZENIE WIELE
ROZWIĄZAŃ

ROZWIĄZANIE UKŁADU RÓWNAŃ LINIOWYCH - **SPRZECZNY**

ROZWIĄŻ UKŁAD RÓWNAŃ $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 3 \end{cases}$

METODA PRZECIWNÝCH WSPÓŁCZYNNIKÓW:

$$\begin{cases} x - 2y = 5 & / \cdot (-2) \\ 2x - 4y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x + 4y = -10 \\ 2x - 4y = 3 \end{cases}$$

$$0 = -7$$

**UKŁAD SPRZECZNY BRAK
ROZWIĄZAŃ**

PORÓWNANIE UKŁADÓW

$$\begin{cases} 4x + 2y = -6 \\ -2x + 4y = 8 \end{cases}$$

OZNACZONY

BRAK

PROPORCJONALNOŚCI

$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 10 \end{cases}$$

NIEOZNACZONY

WSZYSTKIE

WSPÓŁCZYNNIKI

PROPORCJONALNE

$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 3 \end{cases}$$

SPRZECZNY

PROPORCJONALNE

WSPÓŁCZNNIKI

PRZY

NIEWIADOMYCH

PRZYKŁADY

DLA JAKIEJ WARTOŚCI a UKŁAD RÓWNAŃ JEST NIEOZNACZONY

$$\begin{cases} 2ax + 2y = 3 \\ 3x + 4y = 6? \end{cases}$$

WSPÓŁCZYNNIKI DOLNEGO RÓWNIANIA SĄ DWUKROTNIIE WIĘKSZE OD GÓRNYCH WIĘC:

$$2 \cdot 2a = 3$$

CZYLI

$$4a = 3 \quad / :4$$

$$a = \frac{3}{4}$$

ZADANIA

DLA JAKIEJ WARTOŚCI m UKŁAD RÓWNAŃ

$$\begin{cases} x + \frac{m}{2}y = 6 \\ 4x + 12y = 24 \end{cases}$$

JEST OZNACZONY?

PRZEDSTAW INTERPRETACJĘ GRAFICZNĄ
TEGO UKŁADU DLA $m = 6$ ORAZ DLA $m = -1$.

ZADANIA

1. Sprawdź, czy para liczb (x, y) spełnia układ równań:

$$a) \begin{cases} 2x + 3y = 13 \\ 4x - 2y = -14 \end{cases} \quad (-1,5)$$

$$b) \begin{cases} -x + 4y = 2 \\ 3x - 3y = -3 \end{cases} \quad (1,2)$$

2. Rozwiąż układy równań:

$$a) \begin{cases} 3x + 2y = 2 \\ -4x - y = 9 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 2x - y = 80 \\ 5x - 2y = 70 \end{cases}$$

ODPOWIEDZI

DLA $m \neq 6$ UKŁAD OZNACZONY

DLA $m = 6$ UKŁAD NIEOZNACZONY