



# WZORY SKRÓCONEGO MNOŻENIA

HARALD KAJZER – ZST NR 2

## WZORY SKRÓCONEGO MNOŻENIA

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

PODNOSENIE SUMY DO KWADRATU:

$$\begin{aligned} 64 &= 8^2 = (3 + 5)^2 = 3^2 + 2 \cdot 3 \cdot 5 + 5^2 = \\ &= 9 + 30 + 25 = 64 \end{aligned}$$

## KWADRAT SUMY

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

PRZYKŁADY:

$$\begin{array}{ccccccc} (x+5)^2 & = & x^2 & + & 2 \cdot x \cdot 5 & + & 5^2 & = & x^2 & + & 10x & + & 25 \\ \begin{array}{c} a + b \end{array} & & a^2 & + & 2 & a & b & + & b^2 & & & & \end{array}$$

$$\begin{aligned} (3x - 4)^2 &= (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot (-4) + 4^2 \\ &= 9x^2 - 24x + 16 \end{aligned}$$

## KWADRAT SUMY

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(\sqrt{2} + 1)^2 = \sqrt{2}^2 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1 + 1^2 = 2 + 2\sqrt{2} + 1$$

$$(2\sqrt{3} + 3)^2 = (2\sqrt{3})^2 + 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 3 + 3^2 =$$

$$4 \cdot 3 + 12\sqrt{3} + 9 = 21 + 12\sqrt{3}$$

## KWADRAT SUMY

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

PRZYKŁADY:

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$$

$$16y^2 + 40y + 25 = (4y + 5)^2$$

$$9a^2 + 12ab + 4b^2 = (3a + 2b)^2$$

## KWADRAT SUMY

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

ZADANIA:

$$(2x + 1)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

$$\begin{aligned}(5x - 2)^2 &= 25x^2 + 2 \cdot 5x \cdot (-2) + (-2)^2 = \\ &= 25x^2 - 20x + 4\end{aligned}$$

$$9 + 24x + 16x^2 = (3 + 4x)^2$$

## KWADRAT RÓŻNICY

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

PRZYKŁADY:

$$\left(\underbrace{2x}_a - \underbrace{2y}_b\right)^2 = 4x^2 - 2 \cdot 2x \cdot 2y + 4y^2 = 4x^2 - 8xy + 4y^2$$

$$(7y - 2)^2 = 49y^2 - 2 \cdot 7y \cdot 2 + 4 = 49y^2 - 28y + 4$$

$$(4x - 6)^2 = 16x^2 - 2 \cdot 4x \cdot 6 + 36 = 16x^2 - 48x + 36$$

## KWADRAT RÓŻNICY

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

PRZYKŁADY:

$$25x^2 - 10x + 1 = (5x - 1)^2$$

$$4z^2 - 4yz + y^2 = (2z - y)^2$$

$$49 - 42x + 9x^2 = (7 - 3x)^2$$



## KWADRAT RÓŻNICY

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

ZADANIA:

$$(3x - 1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$$

$$(5 - x)^2 = 25 - 10x + x^2$$

$$4a^2 - 12ab + 9b^2 = (2a - 3b)^2$$

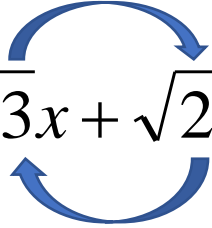
## RÓŻNICA KWADRATÓW

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

PRZYKŁADY:

$$(2x - 3)(2x + 3) = (2x)^2 - 9^2 = 4x^2 - 9$$

$$(5 + 3x)(5 - 3x) = 25 - 9x^2$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{2} - \sqrt{3}x)(\sqrt{3}x + \sqrt{2}) &= (\sqrt{2} - \sqrt{3}x)(\sqrt{2} + \sqrt{3}x) = \\ &= 2 - 3x^2 \end{aligned}$$


## RÓŻNICA KWADRATÓW

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

PRZYKŁADY:

$$81y^2 - 16 = (9y - 4)(9y + 4)$$

$$x^2 - 2 = (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})$$

$$4a^2b^2 - 25x^2 = (2ab - 5x)(2ab + 5x)$$

## RÓŻNICA KWADRATÓW

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

ZADANIA:

$$(3y - 6)(3y + 6) = 9y^2 - 36$$

$$(1 - \sqrt{2x})(1 + \sqrt{2x}) = 1 - 2x$$

$$4x^2y^2 - z^2 = (2xy - z)(2xy + z)$$

## SZEŚCIAN SUMY

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

PRZYKŁADY:

$$\begin{aligned}(2 + x)^3 &= 2^3 + 3 \cdot 2^2 \cdot x + 3 \cdot 2 \cdot x^2 + x^3 = \\ &= 8 + 12x + 6x^2 + x^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(\underbrace{3x}_a + \underbrace{1}_b)^3 &= (3x)^3 + 3 \cdot (3x)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 3x \cdot 1^2 + 1^3 = \\ &= 27x^3 + 27x^2 + 9x + 1\end{aligned}$$

## SZEŚCIAN SUMY

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

ZADANIA:

$$\begin{aligned}(2 + 5y)^3 &= 2^3 + 3 \cdot 2^2 \cdot 5y + 3 \cdot 2 \cdot (5y)^2 + (5y)^3 = \\ &= 8 + 60y + 150y^2 + 125y^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(1 - 2a)^3 &= 1^3 + 3 \cdot 1^2 \cdot (-2a) + 3 \cdot 1 \cdot (-2a)^2 + (-2a)^3 = \\ &= 1 - 6a + 12a^2 - 8a^3\end{aligned}$$

## SZEŚCIAN RÓŻNICY

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

PRZYKŁADY:

$$\begin{aligned}(x - 2y)^3 &= x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 2y + 3 \cdot x \cdot (2y)^2 - (2y)^3 = \\ &= x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4 - 3b)^3 &= 4^3 - 3 \cdot 4^2 \cdot (3b) + 3 \cdot 4 \cdot (3b)^2 - (3b)^3 = \\ &= 64 - 144b + 108b^2 - 27b^3\end{aligned}$$

## SZEŚCIAN RÓŻNICY

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

ZADANIA:

$$(3 - 3c)^3 = 27 - 81c + 81c^2 - 27c^3$$

$$(5 - zx)^3 = 125 - 75zx + 15z^2x^2 - z^3x^3$$



## SUMA SZEŚCIANÓW

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

PRZYKŁADY:

$$8x^3 + 1 = (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$$

$$27 + 64y^3 = (3 + 4y)(9 - 12y + 16y^2)$$

## RÓŻNICA SZEŚCIANÓW

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

PRZYKŁADY:

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$$

$$125 - 27c^3 = (5 - 3c)(25 + 15c + 9c^2)$$

# ZADANIE DOMOWE

1. WYKONAJ DZIAŁANIE I ZAPISZ WYRAŻENIE  
W NAJPROSTSZEJ POSTACI:

$$a) (2x - 1)^2 - (3x + 2)(3x - 2) - (3x + 4)^2 =$$

$$b) (x - 3)^3 - (x + 1)(x^2 - x + 1) - (2x + 2)^2 =$$

2. ZAPISZ JAKO ILOCZYN:

$$a) 16y^2 - 25 =$$

$$b) 100a^2 - 64b^2 =$$

$$c) 216z^3 - 8 =$$

$$d) 64 + y^3 =$$

# ODPOWIEDZI

ZAD.1.

$$a) -14x^2 - 28x - 11$$

ZAD.2.

$$b) -13x^2 + 19x - 32$$

$$a) (4y - 5)(4y + 5)$$

$$b) (10a - 8b)(10a + 8b)$$

$$c) (6z - 2)(36z^2 + 12z + 4)$$

$$d) (4 + y)(16 - 4y + y^2)$$