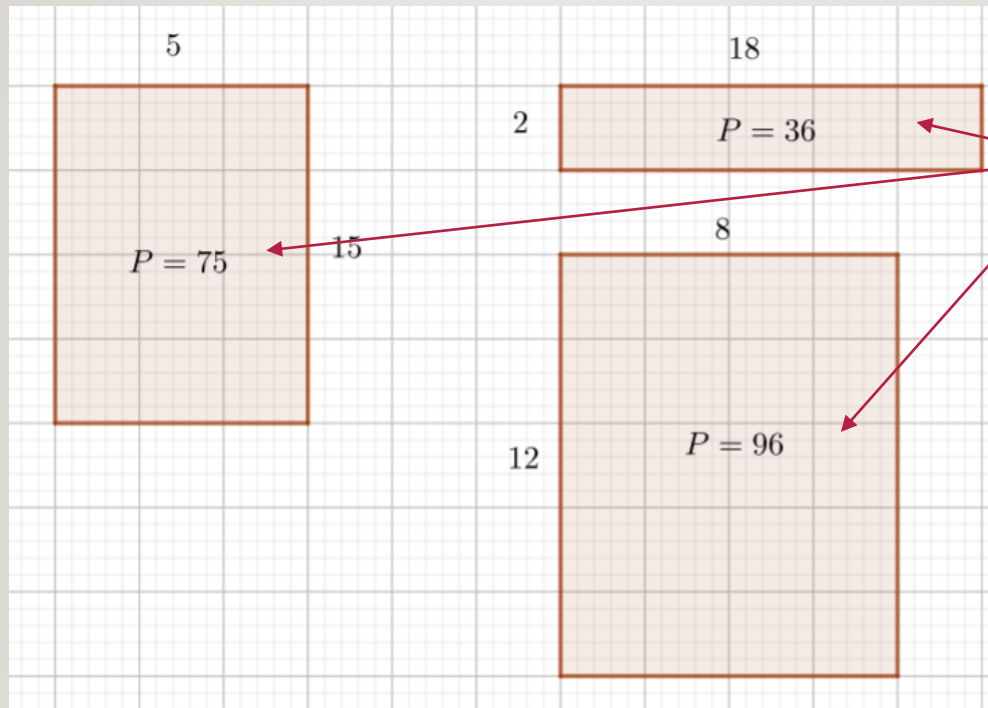


# ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ

HARALD KAJZER ZST nr 2 im. M. Batko  
ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ

# ZASTOSOWANIA OPTYMALIZACYJNE

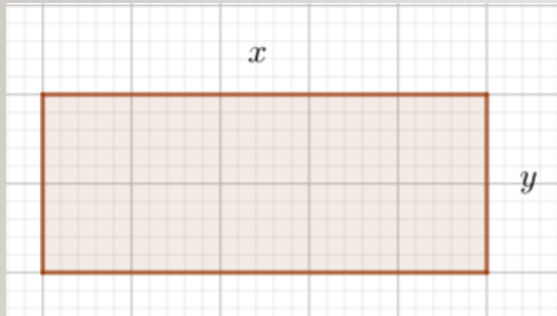
- SPOŚRÓD WSZYSTKICH PROSTOKĄTÓW O OBWODZIE 40 ZNAJDŹ TAKI, KTÓRY MA NAJWIĘKSZE POLE.



Wszystkie prostokąty mają obwód 40 cm. Pola natomiast mają różne.

# ZASTOSOWANIA OPTYMALIZACYJNE

---



$$2x + 2y = 40 \Rightarrow x + y = 20$$

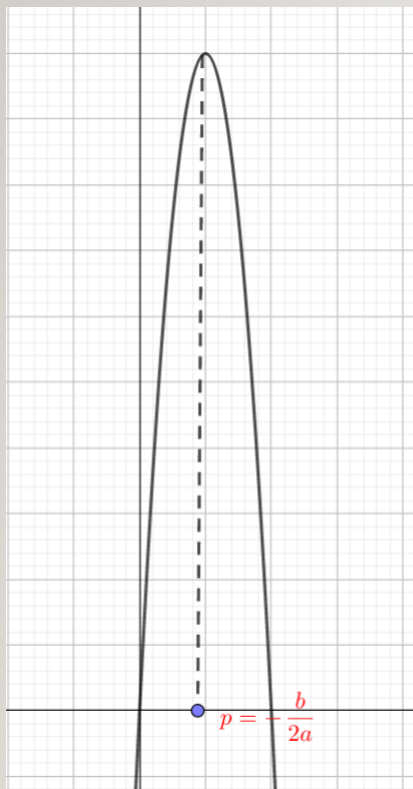
$$y = 20 - x$$

Obwód prostokąta

$$P = x \cdot y \Rightarrow P = x(20 - x) = -x^2 + 20x$$

Funkcja kwadratowa, która posiada największą wartość (ramiona tej paraboli skierowane są w dół).

## 4 ZASTOSOWANIA OPTYMALIZACYJNE



Zadanie sprowadza się do wyznaczenia argumentu, dla którego funkcja przyjmuje swoje maksimum, czyli do wyznaczenia

$$p = -\frac{b}{2a} \text{ dla funkcji } y = -x^2 + 20x.$$

$$p = -\frac{20}{-2} = 10$$

Zatem dla  $x = 10$  funkcja przyjmuje maksimum.

$$\text{Ponieważ } y = 20 - x \Rightarrow y = 10$$

Wobec tego prostokąt ma wymiary  $10 \times 10$  i jest kwadratem.

# ZASTOSOWANIA FIZYCZNE

---

Do studni wrzucono kamień odgłos plusku usłyszano w 4s. Na jakiej głębokości znajduje się lustro wody. Jeżeli prędkość dźwięku wynosi 330m/s. (przyspieszenie grawitacyjne  $g = 10 \frac{m}{s^2}$ )

# ZASTOSOWANIA FIZYCZNE

---

Kamień porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym:

$$s = \frac{g(4-t)^2}{2}$$

Droga jaką przebył kamień.

$$s = v \cdot t = 330 \cdot t$$

Droga jaką przebył dźwięk.

Ponieważ obie drogi są identyczne, czyli:  $330 \cdot t = \frac{10(4-t)^2}{2}$

# ZASTOSOWANIA FIZYCZNE

---

Rozwiązujemy równanie kwadratowe z niewiadomą  $t$

$$660t = 10(16 - 8t + t^2)$$

$$10t^2 - 740t + 160 = 0$$

$$t^2 - 74t + 16 = 0$$

$$\Delta = 5476 - 64 = 5412$$

$$x_1 = \frac{74 - \sqrt{5412}}{2} \approx 0,215 \quad x_2 = \frac{74 + \sqrt{5412}}{2} \approx 73,78$$

# ZASTOSOWANIA FIZYCZNE

---

$$t = 4 - 0,215 = 3,785$$

Czas lotu kamienia.

$$s = \frac{g \cdot 3,785^2}{2} \approx \frac{10 \cdot 14,33}{2} = 71,65$$

Droga jaką przebył kamień.

Odp. Lustro wody znajduje się na głębokości 71,65 m



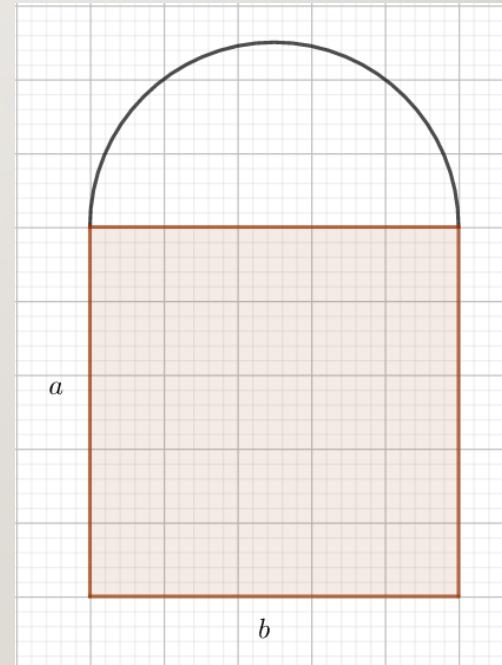
# ZASTOSOWANIA TECHNICZNE

---

Okno ma kształt prostokąta zwieńczonego półkolem. Jakie wymiary powinno mieć okno, aby w pomieszczeniu było najjaśniej, jeżeli obwód okna ma 8m.

$$2a + 2b + \pi \cdot b = 8$$

$$a = 4 - b - \frac{\pi \cdot b}{2}$$



# ZASTOSOWANIA TECHNICZNE

---

Zadanie sprowadza się do pytania: dla jakiego  $a$  pole figury będzie największe

$$P = a \cdot b + \frac{1}{2} \pi \left( \frac{b}{2} \right)^2$$

$$P = \left( 4 - b - \frac{\pi b}{2} \right) b + \frac{1}{8} \pi b^2$$

$$P(b) = 4b - b^2 - \frac{\pi b^2}{2} + \frac{\pi b^2}{8}$$

# ZASTOSOWANIA TECHNICZNE

---

Pole wyraża się funkcją kwadratową, która posiada wartość największą (bo współczynnik przy  $b^2$  jest ujemny) .  
Znajdujemy argument przy, którym funkcja osiąga największą wartość:

$$p = \frac{8}{2\left(1 + \frac{3}{8}\pi\right)} = \frac{8}{2 + \frac{6}{8}\pi} = \frac{8}{\frac{8 + 3\pi}{4}} = \frac{32}{8 + 3\pi}$$

# INNE ZASTOSOWANIA

---

Suma cyfr liczby dwucyfrowej wynosi 10. Jeżeli tę liczbę pomnożymy przez inną liczbę o tych samych cyfrach napisanych w przeciwnym porządku to otrzymamy 2701. Jaka to liczba?

$x$ -liczba dziesiątek

$y$  - jedności

$$x + y = 10 \Rightarrow y = 10 - x$$

$$(10x + y) \cdot (10y + x) = 2701$$

# INNE ZASTOSOWANIA

---

$$x + y = 10 \Rightarrow y = 10 - x$$

$$(10x + y)(10y + x) = 2701$$

$$(10x + (10 - x))(10(10 - x) + x) = 2701$$

$$(9x + 10)(100 - 9x) = 2701$$

$$-81x^2 - 810x - 1701 = 0 \quad :/-81$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0 \quad \Delta = 16 \quad x_1 = 7 \quad x_2 = 3 \quad y_1 = 3 \quad y_2 = 7$$

Odp. Szukaną liczbą jest 73.