

Wielomiany – zadania przygotowujące do sprawdzianu

1. Dane są wielomiany:

$$W(x) = -x^3 - 2,$$

$$G(x) = x^4 + 2x^3 - 6,$$

$$Q(x) = 3x + 1.$$

Wykonaj działania i uporządkuj wielomian $W(x) \cdot Q(x) - G(x)$.

2. Rozłóż wielomiany na czynniki:

$$W(x) = 9x^2 - 16,$$

$$G(x) = x^3 - 21x - 20,$$

$$H(x) = x^3 - 6x^2 - 4x + 24,$$

$$K(x) = x^4 - 5x^3 + 6x^2$$

3. Wyznacz liczby a, b, c, d tak, aby wielomiany:

$$W(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad \text{i} \quad H(x) = (2x - 4)(x - 1)^2 + 5 \quad \text{były równe.}$$

4. Rozwiąż równania:

$$5x^3 + 15x^2 - 6x - 18 = 0,$$

$$2x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$(x^2 - 4x + 3)(2x^2 - 3x + 1) = 0.$$

5. Znajdź pierwiastki wielomianów i podaj ich krotności:

$$W(x) = x^4(x - 3)^2(x + 1)^3;$$

$$G(x) = (2x + 4)^5(3x - 1)^2(4x + 2)^7.$$

6. Rozwiąż nierówności:

$$(12x - 6)(x^2 - 6x + 9) \leq 0$$

$$3x^3 - 9x^2 - 12x + 36 > 0$$

$$(x^2 - 4)(x^2 - 5x - 6) \geq 0.$$

7. Liczba a jest pierwiastkiem podanego wielomianu. Znajdź jego pozostałe pierwiastki:

$$W(x) = x^3 - 5x^2 - 4x + 2 \quad a = -1$$

$$H(x) = 2x^3 - x^2 - 5x - 2 \quad a = 2$$

8. Rozwiąż równanie wiedząc, że posiada ono rozwiązanie całkowite:

$$x^3 - 3x^2 - 2x + 2 = 0$$

$$3x^3 + 4x^2 - x + 6 = 0.$$

9. Wykonaj dzielenie:

$$a) (x^3 - 2x^2 + 4x - 1) : (x + 2);$$

$$b) (6x^3 + x^2 - 20x + 12) : (3x - 2).$$

10. Nie wykonując dzielenia sprawdź, czy wielomian $H(x)$ jest podzielny przez dwumian $Q(x)$:

$$a) H(x) = x^4 - x^2 + 4x - 4 \quad Q(x) = (x + 2);$$

$$b) H(x) = -x^3 + x^2 - 20x + 12 \quad Q(x) = (3x - 3).$$

11. Nie wykonując dzielenia znajdź resztę z dzielenia wielomianu $G(x)$ przez dwumian $x - a$:

$$a) (2x^3 - x^2 + 3x - 1) : (x + 2);$$

$$b) (x^3 + 2x^2 - x + 3) : (2x - 4).$$

12. Znajdź pierwiastki wielomianu $W(x) = 6x^3 - 11x^2 + x + 4$ wiedząc, że jeden z nich jest liczbą całkowitą.